

МАТЕМАТИКА, I₅

3. и 4. час, 17. 11. 2020. године

Проф. Биљана Јурошевић

РАСТАВЉАЊЕ ПОЛИНОМА НА ЧИНИОЦЕ (ФАКТОРИЗАЦИЈА ПОЛИНОМА)

Наш задатак је да неке карактеристичне полиноме идентички трансформишемо тако да их прикажемо као производ. Уочаваћемо одређене подскупе полинома и утврђивати поступке за њихово растављање на чиниоце.

а) Растављање полинома на чиниоце издвајањем заједничког монома

Посматрајмо полином $35x^2 + 28x$. Он се може написати у сљедећем облику:

$$35x^2 + 28x = 7x \cdot 5x + 7x \cdot 4 = 7x(5x + 4), \text{ гдје је } 7x \text{ тај заједнички моном.}$$

Примјер1: Раставите на чиниоце полином $15x^5 - 75x^3 + 45x^7$ издвајањем заједничког монома.

Рјешење:

$$\begin{aligned} 15x^5 - 75x^3 + 45x^7 &= (\text{уочавамо да су } 15 \text{ и } x^3 \text{ садржани у сваком члану полинома}) \\ &= 15x^3 \cdot x^2 - 15x^3 \cdot 5 + 15x^3 \cdot 3x^4 = \\ &= 15x^3(x^2 - 5 + 3x^4). \end{aligned}$$

б) Растављање на чиниоце тринома облика $a^2 + 2ab + b^2$

Из једнакости:

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)(a + b) = (a + b)^2 \text{ и}$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)(a - b) = (a - b)^2$$

Непосредно произилази представљање датих тринома у виду производа, јер су они растављени на чиниоце.

Зато је, на примјер:

$$9x^2 + 12x + 4 = (3x + 2)(3x + 2) = (3x + 2)^2;$$

$$4a^2 - 12a + 9 = (2a - 3)(2a - 3) = (2a - 3)^2.$$

Примјер2: Раставити на чиниоце трином $25a^2 - 30a + 9$.

Рјешење:

Уочимо да су два члана овог тринома потпуни квадрати:

$9 = 3^2$ и $25a^2 = (5a)^2$, а $30a = 2 \cdot 3 \cdot 5a$ је двоструки производ основа уочених потпуних квадрата.

Одатле слиједи да је:

$$9 - 30a + 25a^2 = (3 - 5a)(3 - 5a) = (3 - 5a)^2.$$

в) Растављање на чиниоце разлике квадрата $a^2 - b^2$

Алгоритам за растављање разлике квадрата слиједи непосредно из једнакости:

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

Тако је, на примјер:

$$a^2 - 16 = (a - 4)(a + 4);$$

$$9x^2 - 4y^2 = (3x - 2y)(3x + 2y).$$

Примјер3: Раставити на чиниоце разлику квадрата $4x^2 - y^2$.

Рјешење:

$$\text{Уочимо да је } 4x^2 = (2x)^2.$$

Одатле слиједи да је:

$$4x^2 - y^2 = (2x)^2 - y^2 = (2x - y)(2x + y).$$

г) Растављање на чиниоце збира или разлике кубова $a^3 + b^3$

Поступак за растављање на чиниоце збира или разлике кубова слиједи из једнакости:

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2) \text{ и}$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

Тако је, на примјер:

$$64x^3 - y^3 = (4x)^3 - y^3 = (4x - y)((4x)^2 + 4xy + y^2) = (4x - y)(16x^2 + 4xy + y^2);$$

$$x^3 + 1 = x^3 + 1^3 = (x + 1)(x^2 - x \cdot 1 + 1^2) = (x + 1)(x^2 - x + 1).$$

Задаци за самосталан рад:

Раставити на чиниоце полиноме:

- 1) $4x^2 - 8xy + 16xy^2$;
- 2) $a^4b^2 - a^3b^2c^2 - 3a^3b^2d^2$;
- 3) $1 + 2x + x^2$;
- 4) $36x^2 + 24x + 4$;
- 5) $49a^2 - 1$;
- 6) $x^2 - 64y^2$;
- 7) $x^3 + 8y^3$.

Напомена:

Пажљиво обрадити дату лекцију и у свеску с разумијевањем преписати начине и примјере растављања полинома на чиниоце (не нужно и објашњења).

На основу ријешених примјера урадити задатке за самосталан рад, који имају улогу задаће, чијом изградом бисте извјежбале ову наставну јединицу.

Све послати на увид на имејл адресу jurosevic93biljana@gmail.com или у приватну поруку на вајбер. За вријеме трајања часа у вајбер групу I₅ пишите за све недоумице у вези овог материјала. Због праћења реализације наставе на даљину неопходно је да имам вашу повратну информацију.

ПРИПРЕМА ЗА ТЕСТ

Тест ће садржати 5 задатака и то један из области Вектори, један из области Пропорционалност и три задатка из области Полиноми и рационални алгебарски изрази.

Из теме Вектори неопходно је да знате основне појмове, као и операције са векторима (сабирање, одузимање, множење вектора бројем).

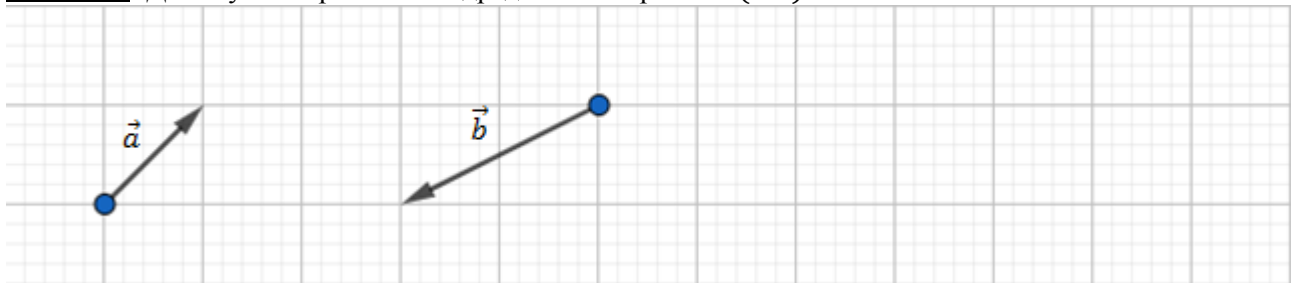
Из области Пропорционалност обавезно је познавање основног својства пропорције (Производ спољашњих чланова пропорције једнак је производу унутрашњих чланова) и његова примјена на директно и обрнуто пропорционалне величине.

Из области Полиноми и рационални алгебарски изрази неопходно је разумијевање појмова, познавање и обављање операција са полиномима, као и факторизација полинома.

У наставку се налази примјер могућих задатака на тесту, као и њихова рјешења.

(Нпр. 5. задатак је факторизација, но не значи да ће на тесту бити управо полином $x^2 - 10x + 25$, него наравно неки други полином, који је потребно факторисати на један од четири обрађена начина, издвајањем заједничког монома или растављањем на чиниоце тринома облика $a^2 \pm 2ab + b^2$, разлике квадрата $a^2 - b^2$ и збира или разлике кубова $a^3 \pm b^3$)

Задатак1: Дати су вектори \vec{a} и \vec{b} . Одредити вектор $2\vec{a} + (-\vec{b})$.



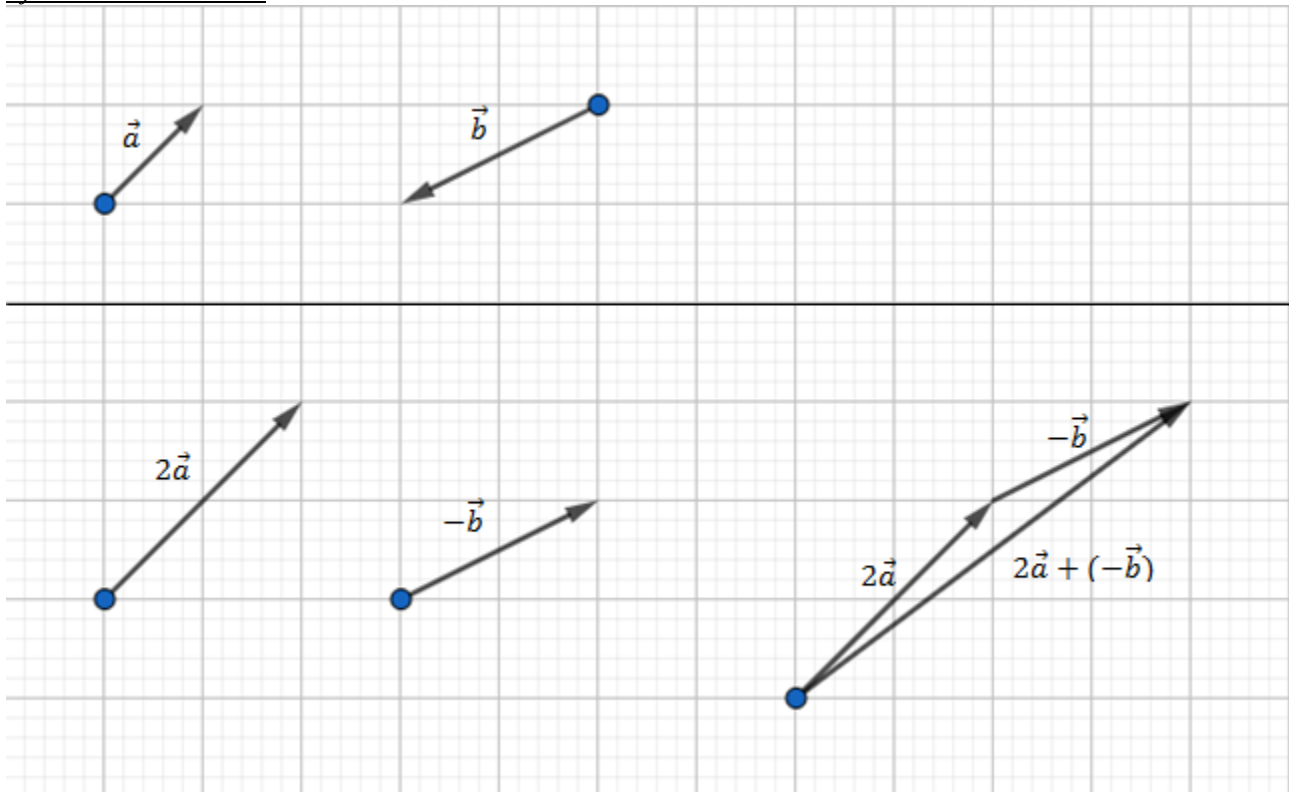
Задатак2: 100 норвешких круна вриједи 12 700 динара. Колико ће се круна добити за 571 500 динара?

Задатак3: Колико чланова има полином $a^4b^2 - 3a^3b^2 - a^3b$? Ког степена је дати полином?

Задатак4: Изврши назначене операције $((x^2 - 10x + 25) \cdot 2x) + (-x^3 + 10x)$.

Задатак5: Факторисати полином $x^2 - 10x + 25$.

Рјешење 1. задатка:



Рјешење 2. задатка:

Закључујемо да ће се за већу количину динара добити и већа количина норвешких круна, што значи да су те величине директно пропорционалне. Закључак интерпретирајмо помоћу стрелица, овако:

↑ 100 н.круна ↑ 12 700 динара
↑ x н.круна ↑ 571 500 динара

Пратећи смјер стрелица оформљујемо пропорцију: $x : 100 = 571\,500 : 12\,700$.

Примјеном основног својства пропорције добијамо да је $12\,700x = 100 \cdot 571\,500$,

тј. $x = \frac{100 \cdot 571\,500}{12\,700}$, одакле је $x = 4\,500$.

Дакле, за 571 500 динара добиће се 4 500 норвешких круна.

Рјешење 3. задатка:

Полином $a^4b^2 - 3a^3b^2 - a^3b$ има три члана (трином).

Степен овог полинома је 6, јер је збир изложилаца првог члана највећи ($4 + 2 = 6$), док је збир изложилаца другог члана $5 (3 + 2)$, а збир изложилаца трећег члана је $4 (3 + 1)$.

Рјешење 4. задатка:

$$\begin{aligned} ((x^2 - 10x + 25) \cdot 2x) + (-x^3 + 10x) &= (x^2 \cdot 2x - 10x \cdot 2x + 25 \cdot 2x) + (-x^3 + 10x) = \\ &= (2x^3 - 20x^2 + 50x) + (-x^3 + 10x) = 2x^3 - 20x^2 + 50x - x^3 + 10x = x^3 - 20x^2 + 60x. \end{aligned}$$

Рјешење 5. задатка:

У питању је тринوما облика $a^2 - 2ab + b^2$.

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)(a - b) = (a - b)^2$$

$$x^2 - 10x + 25 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 = (x - 5)^2 = (x - 5)(x - 5).$$

Напомена:

Дате задатке покушајте самостално ријешити, како бисте провјериле своје знање и спремност за предстојећи тест на крају модула.

За вријеме трајања часа у вајбер групу I_5 пишете за све недоумице у вези овог материјала.