

МАТЕМАТИКА, II

5. и 7. час, 17. 11. 2020. године

Проф. Биљана Јурошевић

СТЕПЕН СА РАЦИОНАЛНИМ ИЗЛОЖИОЦЕМ

Упознали смо степене чији је изложилац цио број ($\{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$). Рационални изложилац подразумева рационалан број (разломак) у изложиоцу.

Нека је $a \in \mathbb{R}^+$ и $\frac{m}{n} \in \mathbb{Q}$, $m \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{N}$. Степен броја a са изложиоцем $\frac{m}{n}$ дефинише се као

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}.$$

Ако је $a = 0$, а $\frac{m}{n} > 0$, онда је $a^{\frac{m}{n}} = 0$.

Ако је $m = 1$, онда је $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$.

Ако је $n = 1$, онда имамо степен са цијелим изложиоцем.

Примјер 1:

$3^{\frac{3}{2}}$ је степен са основом 3 и рационалним изложиоцем, бројем $\frac{3}{2}$.

$a = 3$;

$m = 3$;

$n = 2$;

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$
$$\sqrt{a} \equiv \sqrt[2]{a}$$
$$3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$$

По дефиницији, $3^{\frac{3}{2}} = \sqrt[2]{3^3} = \sqrt{27}$.

Даље је, кориштењем основног својства n -тог коријена, $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$,
 $\sqrt{27} = \sqrt{9 \cdot 3} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$.

Примјер 2:

$3^{\frac{1}{2}}$ је степен са основом 3 и рационалним изложиоцем, бројем $\frac{1}{2}$.

$a = 3$;

$m = 1$;

$n = 2$;

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

По дефиницији, $3^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{3^1} = \sqrt{3}$.

Примјер 3:

$\sqrt{5}$ можемо приказати као степен са рационалним изложиоцем.

$a = 5$;

$m = 1$;

$n = 2$;

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$\sqrt{5} = \sqrt[2]{5^1} = 5^{\frac{1}{2}}$.

Задаци за самосталан рад:

Степени са рационалним изложиоцем претвори у коријене и поједностави кориштењем основног својства n -тог коријена, $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$:

1. $4^{\frac{2}{3}}$;

2. $2^{\frac{5}{2}}$.

Напомена:

С разумијевањем преписати у свеску дефиницију и примјере (не нужно и објашњења).

Урадити задатке за самосталан рад.

Све послати на увид на имејл адресу jurosevic93biljana@gmail.com или у приватну поруку на вајбер. За вријеме трајања часа у вајбер групу П₄ пишите за све недоумице у вези овог материјала. Због праћења реализације наставе на даљину неопходно је да имам вашу повратну информацију.