

МАТЕМАТИКА, III

6. и 7. час, 16. 11. 2020. године

Проф. Биљана Јурошевић

ЛОГАРИТАМСКА ФУНКЦИЈА

Присјетимо се експоненцијалне функције. Домен експоненцијалне функције $f(x) = a^x$ ($a > 0$ и $a \neq 1$) је цио скуп реалних бројева, док је кодомен скуп позитивних реалних бројева. Ова функција је бијекција $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$, тј. сваки позитиван реалан број y је слика тачно једног броја x , а то x је управо $\log_a y$. Њена инверзна функција је логаритамска функција.

Логаритамска функција је функција облика: $f(x) = \log_a x$, $a > 0$, $a \neq 1$.

Примјер1:

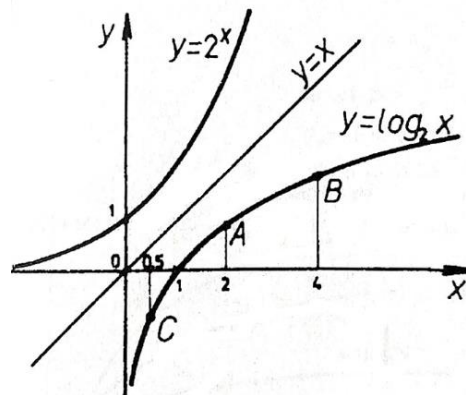
Функција $f(x) = \log_2 x$ инверзна је експоненцијалној $g(x) = 2^x$ ($a = 2 > 1$) и њихови графици су симетрични у односу на праву $y = x$.

Координате тачака А, В и С су:

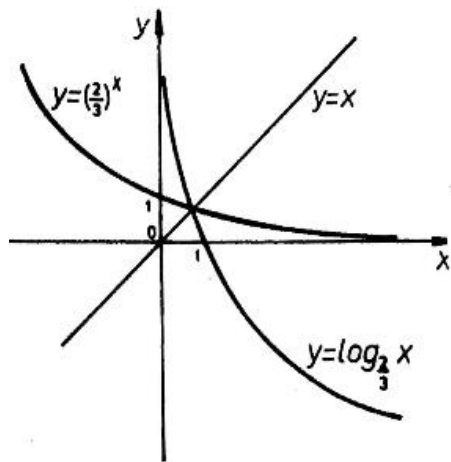
А(2, $\log_2 2$), тј. А(2,1), јер је $\log_2 2 = 1$;

В(4, $\log_2 4$), тј. В(4,2), јер је $\log_2 4 = 2$;

С($\frac{1}{2}$, $\log_2 \frac{1}{2}$) тј. С(2, -1), јер је $\log_2 \frac{1}{2} = -1$.

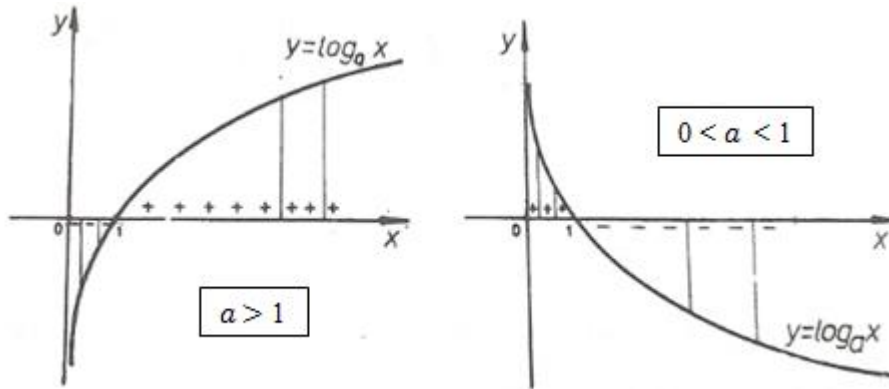


Примјер2: Функција $f(x) = \log_{\frac{2}{3}} x$ инверзна је експоненцијалној $g(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ ($0 < a = \frac{2}{3} < 1$) и њихови графици су симетрични у односу на праву $y = x$.



Основне особине функције $f(x) = \log_a x$, $a > 0$, $a \neq 1$:

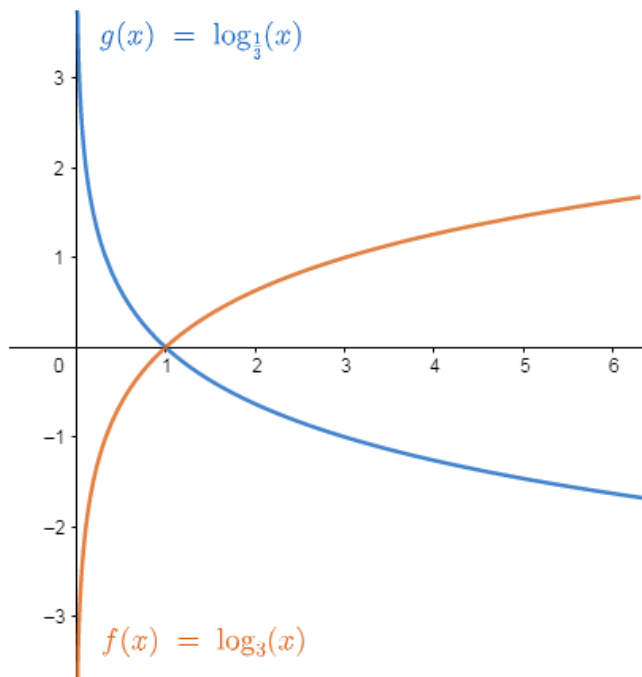
- 1) Домен логаритамске функције је скуп позитивних реалних бројева, \mathbb{R}^+ ($x \in \mathbb{R}^+$).
- 2) Нула логаритамске функције је број 1, јер је $\log_a 1 = 0$ (тачка (1, 0) припада графику).
- 3) Ако је $a > 1$, логаритамска функција *расте* на читавом домену.
Ако је $0 < a < 1$, логаритамска функција *опада* на читавом домену.
- 4) Знак логаритамске функције:



5) Права $x = 0$ (y – оса) асимптота је логаритамске функције, те се график логаритамске функције приближава тој правој, али се крива и права никада се сусрећу.

Примјер 3:

У истом координатном систему скицирајмо графике логаритамских функција $f(x) = \log_3 x$ и $g(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$, користећи особине логаритамске функције.



Задатак за самосталан рад:

У истом координатном систему скицирати графике логаритамских функција $f(x) = \log_2 x$ и $g(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$.

Напомена:

С разумијевањем преписати у свеску дефиницију, примјере (графике функција) и основне особине логаритамске функције. Урадити задатак за самосталан рад.

Све послати на увид на имејл адресу jurosevic93biljana@gmail.com или у приватну поруку на вајбер. За вријеме трајања часа у вајбер групу Ш₄ пишите за све недоумице у вези овог материјала. Због праћења реализације наставе на даљину неопходно је да имам вашу повратну информацију.