

ЛИНЕАРНА ЈЕДНАЧИНА СА ЈЕДНОМ НЕПОЗНАТОМ

Једначина облика $ax = b$, гдје су a и b реални бројеви, је основни облик линеарне једначине са једном непознатом.

Све линеарне једначине са непознатом x могу се довести на овај облик трансформацијама које подразумевају додавање лијевој и десној страни истог броја или истог израза и множење или дијељење обје стране истим бројем или изразом различитим од нуле.

Теорема:

- 1) Једначина $ax = b$ има јединствено рјешење $\frac{b}{a}$, ако је $a \neq 0$.
- 2) Ако је $a = 0$, а $b \neq 0$, та једначина је немогућа.
- 3) Ако је $a = 0$ и $b = 0$, сваки реалан број је рјешење једначине.

Примјер 1: Ријешите једначину

$$\frac{1}{5}x + \frac{2}{15} = 0.$$

При рјешавању произвољне линеарне једначине, прво је погодним трансформацијама сводимо на основни облик. Овдје ћемо се прво ослободити имениоца, множећи обје стране једначине бројем 15:

$$15 \cdot \frac{1}{5}x + 15 \cdot \frac{2}{15} = 15 \cdot 0$$

$$3x + 2 = 0$$

Сада ћемо и лијевој и десној страни додати број -2 , како бисмо коначно почетну линеарну једначину свели на основни облик једначине са једном непознатом.

$$3x + 2 - 2 = 0 - 2$$

$$3x = -2$$

$a = 3$, а $b = -2$, те на основу теореме једначина има јединствено рјешење, а до њега долазимо дијељењем обје стране бројем 3:

$$x = -\frac{2}{3}.$$

Рјешење можемо провјерити замјењујући њиме непознату у једначини, те се тиме обезбјеђујемо од евентуалне грешке у процесу рјешавања.

$$\frac{1}{5} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + \frac{2}{15} = -\frac{2}{15} + \frac{2}{15} = 0.$$

Примјер2: Ријешите једначину

$$4x - 1 = 2x - 5.$$

При рјешавању ћемо прво лијевој и десној страни додати исти сабирак $-2x$, тј. сабирак $2x$ ћемо пребацити са десне на лијеву страну са промијењеним знаком:

$$4x - 1 - 2x = 2x - 5 - 2x$$

$$4x - 1 - 2x = -5$$

$$2x - 1 = -5$$

Даље, лијевој и десној страни ћемо додати исти сабирак 1 , тј. сабирак -1 ћемо пребацити са лијеве на десну страну са промијењеним знаком:

$$2x - 1 + 1 = -5 + 1$$

$$2x = -4$$

Дијелењем обје стране са 2 , добијамо рјешење:

$$x = -\frac{4}{2}$$

$$x = -2.$$

Примјер3: Ријешите једначину

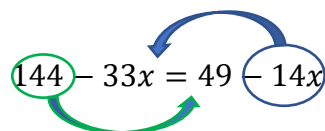
$$7 - 2x - \frac{1 - 3x}{7} = 2 - \frac{2x - 1}{3}.$$

Рјешење:

$$7 - 2x - \frac{1 - 3x}{7} = 2 - \frac{2x - 1}{3} \quad / \cdot 21$$

$$147 - 42x - 3 \cdot (1 - 3x) = 42 - 7 \cdot (2x - 1) \quad / \text{ ослобађамо се заграда}$$

$$147 - 42x - 3 + 9x = 42 - 14x + 7 \quad / \text{ вршимо сабирање (одузимање) сличних чланова}$$


$$144 - 33x = 49 - 14x \quad / \text{ пребацујемо чланове са непознатом } x \text{ на лијево, а остале чланове на десну страну, уз промијењен знак}$$

$$-33x + 14x = 49 - 144 \quad / \text{ вршимо сабирање (одузимање)}$$

$$-19x = -95 \quad / : (-19)$$

$$x = 5.$$

Примјер4: Ријешите једначину

$$\frac{2x - 1}{3} - \frac{5x + 2}{12} = \frac{x - 3}{4} + 1.$$

Рјешење:

$$\frac{2x - 1}{3} - \frac{5x + 2}{12} = \frac{x - 3}{4} + 1 \quad / \cdot 12$$

$$4 \cdot (2x - 1) - (5x + 2) = 3 \cdot (x - 3) + 12 \quad / \text{ ослобађамо се заграда}$$

$$8x - 4 - 5x - 2 = 3x - 9 + 12 \quad / \text{ вршимо сабирање (одузимање) сличних чланова}$$

$$3x - 6 = 3x + 3 \quad / \text{ пребацујемо чланове са непознатом } x \text{ на лијеву, а остале чланове на десну страну, уз промијењен знак}$$

$$3x - 3x = 3 + 6 \quad / \text{ вршимо сабирање (одузимање)}$$

$$0 \cdot x = 9$$

$a = 0$, а $b = 9 \neq 0$, те на основу теореме дата једначина, а тиме и почетна, је немогућа.

Примјер 5: Ријешите једначину

$$\frac{2x - 1}{3} = \frac{4x - 8}{6} + 1.$$

Рјешење:

$$\frac{2x-1}{3} = \frac{4x-8}{6} + 1 \quad / \cdot 6$$

$$2 \cdot (2x - 1) = (4x - 8) + 6 \quad / \text{ ослобађамо се заграда}$$

$$4x - 2 = 4x - 8 + 6 \quad / \text{ вршимо сабирање (одузимање) сличних чланова}$$

$$4x - 2 = 4x - 2 \quad / \text{ пребацујемо чланове са непознатом } x \text{ на лијеву, а остале чланове на десну страну, уз промијењен знак}$$

$$4x - 4x = -2 + 2 \quad / \text{ вршимо сабирање (одузимање)}$$

$$0 \cdot x = 0$$

$a = 0$ и $b = 0$, те на основу теореме рјешење дате једначине, а тиме и почетне, је сваки реалан број.

Задаћа:

Ријешите следеће једначине:

$$1) \frac{7x+4}{5} - x = \frac{3x-5}{2};$$

$$2) x - \frac{3x-2}{5} = 3 - \frac{2x-5}{3}.$$

Напомена:

Дефиницију, теорему и примјере (без објашњења) с разумијевањем препишите у свеске.

На основу ријешених примјера урадите задатке за задаћу.

На вајбер приватно шаљите ваше радове, како не бисмо оптерећивале групу, а за вријеме трајања часова пишете за све недоумице у вези овог материјала.

Због праћења реализације наставе на даљину неопходно је да имам вашу повратну информацију.