

МАТЕМАТИКА, I₅

1. и 2. час, 30. 3. 2021. године

7. час, 1. 4. 2021. године

Проф. Биљана Јурошевић

ЛИНЕАРНЕ ЈЕДНАЧИНЕ СА НЕПОЗНАТОМ У ИМЕНИОЦУ

Линеарне једначине које смо до сада рјешавали биле су дефинисане на читавом скупу реалних бројева. Уколико се непозната појављује у имениоцу разломка, за неке вриједности непознате тај именилац може бити једнак нули. У том случају, вриједност разломка није дефинисана, јер дијелење нулом није дефинисано.

Једначине које ћемо сада разматрати имају (или се могу свести) облик:

$$\frac{ax + b}{P(x)} = 0,$$

гдје је x промјенљива, a и b су реални бројеви, а $P(x)$ је полином.

При рјешавању таквих једначина, користимо чињеницу:

$$\frac{m}{n} = 0 \Leftrightarrow m = 0, n \neq 0.$$

Дакле, ријешимо линеарну једначину $ax + b = 0$, а затим утврдити да ли је за нађено рјешење x_0 , тачан исказ $P(x_0) \neq 0$.

Ако је $P(x_0) \neq 0$, нађено рјешење једначине $ax + b = 0$ је и рјешење полазне једначине

$\frac{ax+b}{P(x)} = 0$, а уколико је $P(x_0) = 0$, једначина $\frac{ax+b}{P(x)} = 0$ нема рјешење.

Примјер1: Ријешите једначину:

$$\frac{2x - 3}{3x + 5} = 0.$$

Рјешење:

Видимо да се непозната x налази у имениоцу дате линеарне једначине, те ћемо приступити горе поменутом поступку њеног рјешавања.

Прво налазимо рјешење линеарне једначине $2x - 3 = 0$.

$2x - 3 = 0$ (пребацујемо број -3 на десну страну, уз промијењен знак)

$2x = 3 / : 2$

$$x = \frac{3}{2}.$$

Сада провјеравамо да ли је вриједност полинома из имениоца, $P(x) = 3x + 5$, за $x = \frac{3}{2}$ једнака нули или различита од нуле.

$$P\left(\frac{3}{2}\right) = 3 \cdot \frac{3}{2} + 5 = \frac{9}{2} + 5 = \frac{19}{2} \neq 0.$$

Дакле, рјешење једначине $\frac{2x-3}{3x+5} = 0$ је $x = \frac{3}{2}$.

Примјер2: Ријешите једначину:

$$\frac{x+2}{x} - 5 = \frac{2}{x}$$

Рјешење:

Прије свега једначину сводимо на облик $\frac{ax+b}{P(x)} = 0$.

$$\frac{x+2}{x} - 5 = \frac{2}{x} \text{ (израз } \frac{2}{x} \text{ пребацујемо на лијеву страну, уз промијењен знак)}$$

$$\frac{x+2}{x} - \frac{2}{x} - \frac{5}{1} = 0 \text{ (најмањи заједнички садржалац је } x)$$

$$\frac{[x: x \cdot (x+2)] - [x: x \cdot 2] - [x: 1 \cdot 5]}{x} = 0$$

$$\frac{x+2-2-5x}{x} = 0$$

$$\frac{-4x}{x} = 0$$

Видимо да се непозната x налази у имениоцу дате линеарне једначине, те ћемо приступити горе поменутом поступку њеног рјешавања.

Прво налазимо рјешење линеарне једначине $-4x = 0$, а то је $x = 0$.

Вриједност полинома из имениоца, $P(x) = x$, за $x = 0$ једнака је нули.

Дакле, једначина $\frac{x+2}{x} - 5 = \frac{2}{x}$ нема рјешење.

Примјер3: Ријешите једначину:

$$\frac{3}{5-x} - 2 = \frac{2}{10-2x}$$

Рјешење:

Прије свега једначину сводимо на облик $\frac{ax+b}{P(x)} = 0$.

$$\frac{3}{5-x} - 2 = \frac{2}{10-2x} \text{ (израз } \frac{2}{10-2x} \text{ пребацујемо на лијеву страну, уз промијењен знак)}$$

$$\frac{3}{5-x} - \frac{2}{10-2x} - 2 = 0 \text{ (уочавамо да је } 10-2x = 2 \cdot (5-x))$$

$$\frac{3}{5-x} - \frac{2}{2(5-x)} - \frac{2}{1} = 0 \text{ (најмањи заједнички садржалац за } 5-x, 2(5-x) \text{ и } 1 \text{ јесте } 2(5-x))$$

$$\frac{[2(5-x):(5-x) \cdot 3] - [2(5-x):2(5-x) \cdot 2] - [2(5-x):1 \cdot 2]}{2(5-x)} = 0$$

$$\frac{\left[\frac{2(5-x)}{(5-x)} \cdot 3\right] - \left[\frac{2(5-x)}{2(5-x)} \cdot 2\right] - \left[\frac{2(5-x)}{1} \cdot 2\right]}{2(5-x)} = 0$$

$$\frac{6-2-4(5-x)}{2(5-x)} = 0 \text{ (ослобађамо се заграда)}$$

$$\frac{6-2-20+4x}{10-2x} = 0 \text{ (средимо израз у бројиоцу разломка)}$$

$$\frac{4x-16}{10-2x} = 0 \text{ – свели смо полазну једначину на једначину облика } \frac{ax+b}{P(x)} = 0.$$

Приступимо рјешавању дате линеарне једначине са непознатом у имениоцу.

Прво налазимо рјешење линеарне једначине $4x - 16 = 0$.

$$4x - 16 = 0$$

$$4x = 16$$

$$x = 4.$$

Сада провјеравамо да ли је вриједност полинома из имениоца, $P(x) = 10 - 2x$, за $x = 4$ једнака нули или различита од нуле.

$$P(4) = 10 - 2 \cdot 4 = 10 - 8 = 2 \neq 0.$$

Дакле, рјешење једначине $\frac{3}{5-x} - 2 = \frac{2}{10-2x}$ је $x = 4$.

Задаци за самосталан рад:

1. Ријешите сљедеће једначине:

$$1) \frac{x-3}{x+1} = 0;$$

$$2) \frac{2x+1}{x-1} = 0;$$

$$3) \frac{6x-1}{2+x} = 3;$$

$$4) \frac{1}{x} + \frac{1}{3} = \frac{4}{x} - 2.$$

2. Ријешите сљедећу једначину по z :

$$\frac{1}{z-2} + \frac{3}{z-2} = \frac{1}{2}.$$

3. Ријешите сљедећу једначину по x :

$$\frac{29}{24} - \frac{4}{x-8} = \frac{3}{2x-16} - \frac{2}{3x-24}.$$

Напомена:

За уторак, 30. 3. 2021. године:

С разумијевањем препишите облик линеарне једначине са непознатом у имениоцу, начин рјешавања исте, као и прва два примјера, фотографишите и пошаљите на увид.

Покушајте да урадите први задатак за самосталан рад.

За четвртак, 1. 4. 2021. године:

С разумијевањем препишите трећи примјер, фотографишите и пошаљите на увид.

Покушајте да урадите други и трећи задатак за самосталан рад.

На вајбер приватно шаљите ваше радове, како не бисмо оптерећивале групу, а за вријеме трајања часова пишите за све недоумице у вези овог материјала.

Због праћења реализације наставе на даљину неопходно је да имам вашу повратну информацију (фотографију као доказ).