МАТЕМАТИКА, I$_5$
1. и 2. час, 6. 4. 2021. године
Проф. Биљана Јурошевић

ЛИНЕАРНЕ ЈЕДНАЧИНЕ СА ПАРАМЕТРОМ

Промјенљиве које могу да се мијењају у скупу реалних бројева, које сматрамо познатим и помоћу њих изражавамо рјешење једначине називамо **параметрима**.
Кориштењем параметара сажето се записује бесконачно много једначина, за сваку вриједност параметра једна. При рјешавању таквих једначина неопходно је извршити дискусију рјешења, тј. утврдити за које вриједности параметара је скуп рјешења празан, једночлан, односно вишечлан, и у посљедња два случаја изразити рјешење помоћу параметара.

Примјер1: Ријеши по x једначину: $5x + c^2 = cx + 25$.

Рјешење:
$5x + c^2 = cx + 25$ (Дата једначина је са параметром c; Нека су с лијеве стране једнакости чланови са промјенљивом x, а сви остали на десној страни)

$5x - cx = 25 - c^2$ (Извршимо прво растављања полинома издвајањем заједничког монома и растављање разлике квадрата: $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$)

$(5 - c)x = (5 - c)\ (5 + c)$

Једначина је доведена на облик $ax = b$, гдје је $a = 5 - c$ и $b = (5 - c)\ (5 + c)$.

Користећи теорему,

1) Једначина $ax = b$ има јединствено рјешење $\frac{b}{a}$, ако је $a \neq 0$;
2) Ако је $a = 0$, а $b \neq 0$, та једначина је немогућа;
3) Ако је $a = 0$ и $b = 0$, сваки реалан број је рјешење једначине;

долазимо до два сличаја:

а) Ако је $5 - c = 0$, тј. $c = 5$, једначина се своди на $0 \cdot x = 0$, па слиједи да је сваки реалан број рјешење полазне једначине ($c = 5$: $5x + 25 = 5x + 25$).

б) Ако је $5 - c \neq 0$, тј. $c \neq 5$, једначина има јединствено рјешење:
$x = \frac{\cancel{(5-c)}\ (5+c)}{\cancel{5-c}}$
$x = 5 + c$.

Примјер2: Ријеши по y једначину: $\frac{y}{a} = y - 2$.

Рјешење:
Ова једначина са параметром a није дефинисана за $a = 0$, јер не смијемо дијелити са 0.
За $a \neq 0$ имамо:

$\frac{y}{a} = y - 2 \quad / \cdot a$

$\frac{y}{\cancel{a}} \cdot \cancel{a} = y \cdot a - 2 \cdot a$

$y = ay - 2a$ (члан ay пребацујемо на лијеву страну, уз промијењен знак)

$y - ay = -2a$ (издвајамо заједнички моном y)

$(1 - a)y = -2a \quad / \cdot (-1)$

$(a - 1)y = 2a$

Прелазимо на дискусију. Поново користимо теорему:

1) Једначина $ax = b$ има јединствено рјешење $\frac{b}{a}$, ако је $a \neq 0$;
2) Ако је $a = 0$, а $b \neq 0$, та једначина је немогућа;
3) Ако је $a = 0$ и $b = 0$, сваки реалан број је рјешење једначине.

а) Ако је $a - 1 = 0$, тј. $a = 1$, једначина има облик $0 \cdot y = 2$, тј. немогућа је, што значи да је и полазна једначина немогућа.
(То се види и ако се у полазној једначини узме $a = 1$: $y = y - 2$)

б) Ако је $a - 1 \neq 0$, тј. $a \neq 1$, добија се јединствено рјешење
$y = \frac{2a}{a-1}$.

Примјер3: Ријеши по z једначину $\frac{z+3}{k-1} = \frac{z}{2}$.

Рјешење:
За $k = 1$ једначина није дефинисана.
За $k \neq 1$ трансформишимо дату једначину на основни облик:

$2(z + 3) = (k - 1)z$ (Након што смо се ријешили разломка, сређујемо и заграде)

$2z + 6 = zk - z$ (Чланове са промјенљивом z пребацујемо лијево, а остале десно)

$2z - zk + z = -6$ (Издвајамо заједнички моном z)

$z(2 - k + 1) = -6$

$z(3 - k) = -6 \quad / \cdot (-1)$

$z(k - 3) = 6$

а) За $k - 3 = 0$, тј. $k = 3$, једначина је немогућа, $0 \cdot z = 6$.
(То се види и ако се у полазној једначини узме $a = 1$: $y = y - 2$)

б) За $k - 3 \neq 0$, тј. $k \neq 3$, полазна једначина има јединствено рјешење
$z = \frac{6}{k-3}$.

Задаци за самосталан рад:
Ријеши по x једначине:

а) $(k - 2)x = 3$;

б) $(k - 2)x = 3(k - 2)$.

Напомена:
С разумијевањем препишите дефиницију параметра и примјере рјешавања једначина са параметром (без детаљних објашњења), фотографишите и пошаљите на увид.
Покушајте да урадите и задатке за самосталан рад.
На вајбер приватно шаљите ваше радове, како не бисмо оптерећивале групу, а за вријеме трајања часова пишите за све недоумице у вези овог материјала.
Због праћења реализације наставе на даљину неопходно је да имам вашу повратну информацију (фотографију као доказ).

МАТЕМАТИКА, I_5
7. час, 8. 4. 2021. године
Проф. Биљана Јурошевић

<u>РЈЕШАВАЊЕ ПРОБЛЕМА ПОМОЋУ ЛИНЕАРНИХ ЈЕДНАЧИНА СА ЈЕДНОМ НЕПОЗНАТОМ</u>

У свом уџбенику „Општа аритметика“, издатом 1707. године, Њутн је написао: „Да бисмо ријешили неки проблем у вези са бројевима или апстрактним односима између величина, потребно је превести проблем са матерњег језика на језик алгебре“.

Рјешавање задатака из различитих области људске дјелатности често се своди на рјешавање једначина. Само рјешавање једначине лакши је дио посла, а теже је саставити једначину на основу датих података. Вјештина састављања једначине се састоји у превођењу са говорног језика на језик алгебре.

Примјер1: Који број треба увећати за његову трећину да се добије број 100?

Рјешење:
Означимо тражени број са x. Тада x задовољава услов:

$x + \frac{x}{3} = 100$

Рјешавамо једначину. Множењем са 3 добијамо:

$3x + x = 300$

$4x = 300$

$x = 75$ је тражени број.

Примјер2: Засађена су стабла по 20 комада у реду. Да је у воћњаку засађено три реда мање и да је у сваком реду по 25 стабала, у воћњаку би било 40 стабала више. Колико је стабала засађено?

Рјешење:
Нека је x број редова стабала у воћњаку.

Укупан број стабала је $20x$.

Са 3 реда мање $(x - 3)$ и са по 25 стабала у сваком реду, у воћњаку би било укупно $20x + 40$ стабала.

Добија се једначина:

$25(x - 3) = 20x + 40$

$25x - 75 = 20x + 40$

$25x - 20x = 75 + 40$

$5x = 115$

$x = 23$.

Дакле, број редова у воћњаку је 23, а укупан број стабала је $20 \cdot 23 = 460$.

Задаци за самосталан рад:

1. Милана и њена мајка имају заједно 52 године. Колико година има Милана, а колико њена мајка, ако је мајка имала 22 године када се родила Милана?
2. Обим троугла је $33cm$. Одредити његове странице ако се зна да је друга за $2cm$ већа од прве, а трећа једнака половини друге.

Напомена:
С разумијевањем препишите ријешене примјера, фотографишите и пошаљите на увид.
Покушајте да урадите и задатке за самосталан рад.
На вајбер приватно шаљите ваше радове, како не бисмо оптерећивале групу, а за вријеме трајања часова пишите за све недоумице у вези овог материјала.
Због праћења реализације наставе на даљину неопходно је да имам вашу повратну информацију (фотографију као доказ).